

Sage : un logiciel libre de mathématiques

Sébastien Labbé [⟨slabqc@gmail.com⟩](mailto:slabqc@gmail.com)

LaCIM UQÀM

Université de Sherbrooke

14 avril 2011

« Vous pouvez lire le théorème de Sylow et sa preuve dans le livre Huppert à la bibliothèque, puis vous pouvez alors utiliser le théorème de Sylow pour le reste de votre vie gratuitement. Mais pour plusieurs systèmes de calcul formel des redevances de licence doivent être versés régulièrement.

*Dans cette situation deux des règles les plus élémentaires de conduite en mathématiques sont violés. En mathématiques, les résultats sont **transmis gratuitement** et les démonstrations sont **publiques** pour permettre leur vérification. »*

*—J. Neubüser (1993)
(il a fondé GAP en 1986)*

*« Je pense que, fondamentalement, le logiciel libre tend à être un logiciel plus stable. C'est la bonne façon de faire les choses. Je le compare à la **science versus la sorcellerie**.*

En science, on se base sur les résultats des autres pour découvrir ou démontrer des résultats nouveaux.

Dans la sorcellerie, quelqu'un avait un petit secret bien gardé et jamais il ne permettait aux autres de vraiment le comprendre ni l'utiliser. » —Linus Torvalds

Plan

- 1 Sage
- 2 Historique
- 3 Communauté
- 4 Quelques fonctionnalités

Plan

- 1 Sage
- 2 Historique
- 3 Communauté
- 4 Quelques fonctionnalités

Mission

Sage est un logiciel libre de mathématiques dont la mission est d'offrir une alternative aux logiciels propriétaires Magma, Maple, Mathematica et Matlab et de favoriser le développement d'une communauté amicale d'utilisateurs et de développeurs.

Sage est ...

une *distribution* de logiciels

Sage est une distribution de logiciels libres

Dans Sage, il y a les logiciels suivants

ATLAS	Automatically Tuned Linear Algebra Software
BLAS	Basic Fortran 77 linear algebra routines
Bzip2	High-quality data compressor
Cddlib	Double Description Method of Motzkin
Common Lisp	Multi-paradigm and general-purpose programming lang.
CVXOPT	Convex optimization, linear programming, least squares
Cython	C-Extensions for Python
F2c	Converts Fortran 77 to C code
Flint	Fast Library for Number Theory
FpLLL	Euclidian lattice reduction
FreeType	A Free, High-Quality, and Portable Font Engine

Sage est une distribution de logiciels libres

Dans Sage, il y a les logiciels suivants

G95	Open source Fortran 95 compiler
GAP	Groups, Algorithms, Programming
GD	Dynamic graphics generation tool
Genus2reduction	Curve data computation
Gfan	Gröbner fans and tropical varieties
Givaro	C++ library for arithmetic and algebra
GMP	GNU Multiple Precision Arithmetic Library
GMP-ECM	Elliptic Curve Method for Integer Factorization
GNU TLS	Secure networking
GSL	Gnu Scientific Library
JsMath	JavaScript implementation of LaTeX

Sage est une distribution de logiciels libres

Dans Sage, il y a les logiciels suivants

IML	Integer Matrix Library
IPython	Interactive Python shell
LAPACK	Fortan 77 linear algebra library
Lcalc	L-functions calculator
Libgcrypt	General purpose cryptographic library
Libgpg-error	Common error values for GnuPG components
Linbox	C++ linear algebra library
Matplotlib	Python plotting library
Maxima	computer algebra system
Mercurial	Revision control system
MoinMoin	Wiki

Sage est une distribution de logiciels libres

Dans Sage, il y a les logiciels suivants

MPFI	Multiple Precision Floating-point Interval library
MPFR	C library for multiple-precision floating-point computations
ECLib	Cremona's Programs for Elliptic curves
NetworkX	Graph theory
NTL	Number theory C++ library
Numpy	Numerical linear algebra
OpenCDK	Open Crypto Development Kit
PALP	A Package for Analyzing Lattice Polytopes
PARI/GP	Number theory calculator
Pexpect	Pseudo-tty control for Python
PNG	Bitmap image support

Sage est une distribution de logiciels libres

Dans Sage, il y a les logiciels suivants

PolyBoRi	Polynomials Over Boolean Rings
PyCrypto	Python Cryptography Toolkit
Python	Interpreted language
Qd	Quad-double/Double-double Computation Package
R	Statistical Computing
Readline	Line-editing
Rpy	Python interface to R
Scipy	Python library for scientific computation
Singular	fast commutative and noncommutative algebra
Scons	Software construction tool
SQLite	Relation database

Sage est une distribution de logiciels libres

Dans Sage, il y a les logiciels suivants

Sympow	L-function calculator
Symmetrica	Representation theory
Sympy	Python library for symbolic computation
Tachyon	lightweight 3d ray tracer
Termcap	for writing portable text mode applications
Twisted	Python networking library
Weave	Tools for including C/C++ code within Python
Zlib	Data compression library
ZODB	Object-oriented database

Sage est une distribution de logiciels libres

Dans Sage, il y a les logiciels suivants

Sympow	L-function calculator
Symmetrica	Representation theory
Sympy	Python library for symbolic computation
Tachyon	lightweight 3d ray tracer
Termcap	for writing portable text mode applications
Twisted	Python networking library
Weave	Tools for including C/C++ code within Python
Zlib	Data compression library
ZODB	Object-oriented database

...and more !


```
> sage -singular
```

```
                SINGULAR                               /  Development
A Computer Algebra System for Polynomial Computations /  version 3-1-0
                                                    0<
    by: G.-M. Greuel, G. Pfister, H. Schoenemann      \   Mar 2009
FB Mathematik der Universitaet, D-67653 Kaiserslautern \
>
```



```
> sage -maxima
```

```
Maxima 5.16.3 http://maxima.sourceforge.net
```

```
Using Lisp ECL 9.4.1
```

```
Distributed under the GNU Public License. See the file COPYING.
```

```
Dedicated to the memory of William Schelter.
```

```
The function bug_report() provides bug reporting information.
```

```
(%i1)
```

```
> sage -gp
```

```
GP/PARI CALCULATOR Version 2.3.3 (released)
amd64 running linux (x86-64/GMP-4.2.1 kernel) 64-bit version
compiled: Jul 10 2009, gcc-4.3.2 (Ubuntu 4.3.2-1ubuntu12)
(readline v5.2 enabled, extended help available)
```

```
Copyright (C) 2000-2006 The PARI Group
```

```
PARI/GP is free software, covered by the GNU General Public License, and
comes WITHOUT ANY WARRANTY WHATSOEVER.
```

```
Type ? for help, \q to quit.
```

```
Type ?12 for how to get moral (and possibly technical) support.
```

```
parisize = 8000000, primelimit = 500000
```

```
?
```

```
> sage -R
```

```
R version 2.6.1 (2007-11-26)
```

```
Copyright (C) 2007 The R Foundation for Statistical Computing
```

```
ISBN 3-900051-07-0
```

```
R is free software and comes with ABSOLUTELY NO WARRANTY.
```

```
You are welcome to redistribute it under certain conditions.
```

```
Type 'license()' or 'licence()' for distribution details.
```

```
    Natural language support but running in an English locale
```

```
R is a collaborative project with many contributors.
```

```
Type 'contributors()' for more information and
```

```
'citation()' on how to cite R or R packages in publications.
```

```
Type 'demo()' for some demos, 'help()' for on-line help, or
```

```
'help.start()' for an HTML browser interface to help.
```

```
Type 'q()' to quit R.
```

```
>
```

Sage est . . .

une distribution de logiciels

pour

la recherche en mathématiques

Sage est un logiciel pour la recherche en mathématiques

Algèbre	GAP, Maxima, Singular, ...
Algèbre linéaire exacte	Linbox, IML, ...
Algèbre linéaire numérique	GSL, Scipy, Numpy, ...
Arithmétique à précision arbitraire	GMP, MPFR, MPFI, NTL, ...
Analyse	Maxima, Sympy, ...
Combinatoire	Symmetrca, *-combinat, ...
Géométrie algébrique	Singular, ...
Théorie des nombres	PARI, NTL, mwrnk, ecm, ...
Théorie des graphes	NetworkX, ...
Théorie des groupes	GAP, ...
⋮	⋮

Le langage de programmation de Sage
est Python

Le langage de programmation de Sage Python

Python est un langage de programmation très puissant, moderne, et interprété.

- Facile à lire et à écrire :

math : $\left\{ 17x \mid x \in \{0, 1, \dots, 9\} \text{ et } x \text{ est impair} \right\}$

python : `[17*x for x in range(10) if x % 2 == 1]`

- Accès à plusieurs **librairies** de Python base de données, graphiques, réseau, . . .
- Utilisation des **librairies C/C++** à partir de Python.
- **Cython** : traduction du code Python \mapsto code C.

Le langage de programmation de Sage est Python

« *Google has made no secret of the fact they use Python a lot for a number of internal projects. Even knowing that, once I was an employee, I was amazed at how much Python code there actually is in the Google source code system.* »

— Guido van Rossum

(créateur de Python)

Sage combine la puissance de
plusieurs logiciels.

Sage combine les logiciels

[Ces exemples sont tirés d'une présentation de William Stein]

Sage combine les logiciels

[Ces exemples sont tirés d'une présentation de William Stein]

Construction d'une courbe elliptique utilisant la table de *John Cremona* :

```
sage: E = EllipticCurve('389a')
```

Sage combine les logiciels

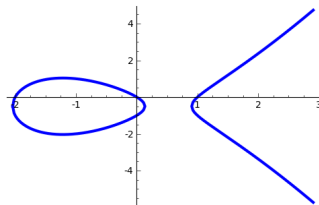
[Ces exemples sont tirés d'une présentation de William Stein]

Construction d'une courbe elliptique utilisant la table de *John Cremona* :

```
sage: E = EllipticCurve('389a')
```

Utilisation de *matplotlib* pour la dessi

```
sage: plot(E,thickness=3)
```



Sage combine les logiciels

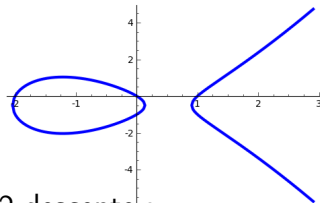
[Ces exemples sont tirés d'une présentation de William Stein]

Construction d'une courbe elliptique utilisant la table de *John Cremona* :

```
sage: E = EllipticCurve('389a')
```

Utilisation de *matplotlib* pour la dessi

```
sage: plot(E,thickness=3)
```



Utilisation de *mwrank* pour faire une 2-descente :

```
sage: E.mwrank()
```

```
Curve [0,1,1,-2,0] : Rank = 2
```

Sage combines software

Calcul des coefficients de Fourier a_n avec le logiciel *PARI* :

```
sage: E.anlist(15)
```

```
[0, 1, -2, -2, 2, -3, 4, -5, 0, 1, 6, -4, -4, -3, 10, 6]
```

Sage combines software

Calcul des coefficients de Fourier a_n avec le logiciel *PARI* :

```
sage: E.anlist(15)
```

```
[0, 1, -2, -2, 2, -3, 4, -5, 0, 1, 6, -4, -4, -3, 10, 6]
```

Calculer les zéros dans la bande critique de la série L avec *Lcalc* :

```
sage: E.lseries().zeros(5)
```

```
[0.000000000, 0.000000000, 2.87609907, 4.41689608, 5.79
```

Sage combines software

Calcul des coefficients de Fourier a_n avec le logiciel *PARI* :

```
sage: E.anlist(15)
[0, 1, -2, -2, 2, -3, 4, -5, 0, 1, 6, -4, -4, -3, 10, 6]
```

Calculer les zéros dans la bande critique de la série L avec *Lcalc* :

```
sage: E.lseries().zeros(5)
[0.000000000, 0.000000000, 2.87609907, 4.41689608, 5.79
```

Sympow pour calculer le degré modulaire :

```
sage: E.modular_degree()
40
```


Sage combines software

Calcul des coefficients de Fourier a_n avec le logiciel *PARI* :

```
sage: E.anlist(15)
[0, 1, -2, -2, 2, -3, 4, -5, 0, 1, 6, -4, -4, -3, 10, 6]
```

Calculer les zéros dans la bande critique de la série L avec *Lcalc* :

```
sage: E.lseries().zeros(5)
[0.000000000, 0.000000000, 2.87609907, 4.41689608, 5.79
```

Sympow pour calculer le degré modulaire :

```
sage: E.modular_degree()
40
```

Calcul du rang du groupe 3-Selmer avec le logiciel (non libre)

Magma :

```
sage: magma(E).ThreeSelmerGroup()
Abelian Group isomorphic to Z/3 + Z/3
Defined on 2 generators
```

Sage combine les logiciels

« Nous mettons en oeuvre toutes les routines de conversion, au lieu de s'attendre à ce que les logiciels en amont le fasse. Nous les faisons communiquer avec Sage qu'ils le veulent ou non. La résistance est futile. »

*—William Stein
(fondateur de Sage)*

Plan

- 1 Sage
- 2 Historique
- 3 Communauté
- 4 Quelques fonctionnalités

Some history of the Sage project

- *1999-2005.* William Stein wrote over 25,000 lines of Magma code for his research. Decided that Magma was a bad long term investment since he couldn't see or modify the internals.
- *Jan. 2005.* William Stein started Sage.
- *Feb. 2005.* Sage version 0.1 : a Python library gluing together PARI, Maxima, Python, Singular e GAP.
- *Feb. 2006.* Sage version 1.0 released ; and the “first annual” Sage Days workshop.

Some history of the Sage project

- *Nov. 2007.* Sage won first place in Les Trophées du Libre competition (honours the best existing free software)
- *Dec. 2007.* Sage gets slashdotted :

+ - IT: Open Source 'Sage' Takes Aim at High End Math Software

Posted by [CmdrTaco](#) on Saturday December 08 2007, @12:19PM
from the [that'll-take-awhile](#) dept.

[coondoggie](#) writes

"A [new open source mathematics program](#) is looking to push aside commercial software commonly used in mathematics education, in large government laboratories and in math-intensive research. The program's backers say the software, called Sage, can do anything from mapping a 12-dimensional object to calculating rainfall patterns under global warming."



► software it sage octave math story

Les jours Sage

- Les jours Sage sont des ateliers dont l'objectif est de développer de nouvelles fonctionnalités et pour attirer de nouveaux utilisateurs et développeurs.
- Les algorithmes innovateurs sont souvent soumis pour publications dans des journaux.

Plus de 30 ateliers ont été organisés à ce jour !

Jours Sage en 2010

- Sage Days 19 : Seattle, USA (January 2010)
- Sage Days 20 : Marseille, France (February 2010)
- Sage Days 20.25 : Montreal, Canada (March 2010)
- Sage Days 20.5 : Toronto, Canada (May 2010)
- Sage Days 21 : Seattle, USA (June 2010)
- Sage-Combinat/Chevie : France (June 2010)
- Sage Days 22 : Berkeley, USA (July 2010)
- Sage Days 23 : Leiden, Netherlands (July 2010)
- Sage Days 23.5 : Kaiserslautern, Germany (July 2010)
- Sage Days 24 : Linz, Austria (July 2010)
- Sage Days 25 : Mumbai, India (August 2010)
- Sage Days 25.5 : Montreal, Canada (September 2010)
- Sage Days 26 : Seattle, USA (December 2010)

Jours Sage en 2011

- Sage Days 27 : Seattle, USA (January 2011)
- Sage Days 28 : Orsay, France (January 2011)
- Sage Days 29 : Seattle, USA (March 21-25, 2011)
- Sage Days 30 : Halifax, Canada (May 2-6, 2011)
- Sage Days 31 : Seattle, USA (June 11-18, 2011)
- Sage Education Days 3 : Seattle, USA (June 16-18, 2011)
- Sage Days X , for some $X > 31$: late October, Suwon, South Korea

Plan

- 1 Sage
- 2 Historique
- 3 Communauté
- 4 Quelques fonctionnalités

Carte des contributeurs



Il y a présentement **235** contributeurs
de **159** places différentes de partout dans le monde.

Plan

- 1 Sage
- 2 Historique
- 3 Communauté
- 4 Quelques fonctionnalités

L^AT_EX

Dans ce fichier L^AT_EX, j'écris :

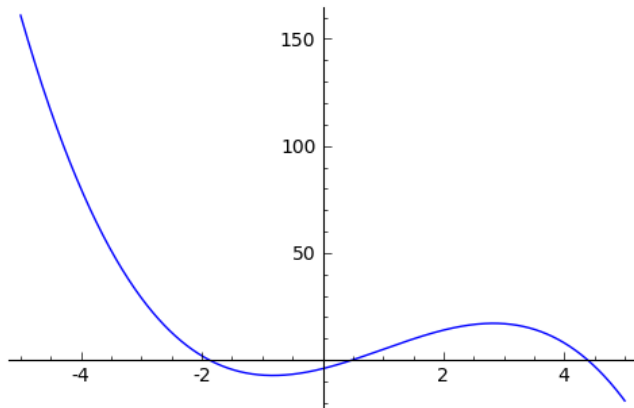
```
\sageplot{plot(-x^3+3*x^2+7*x-4,-5,5)}
```

\LaTeX

Dans ce fichier \LaTeX , j'écris :

```
\sageplot{plot(-x^3+3*x^2+7*x-4,-5,5)}
```

et c'est remplacé par :



L^AT_EX

Dans ce fichier L^AT_EX :

```
\begin{sagesilent}
  sigma = Permutation([7,3,1,5,2,6,8,4])
  P, Q = sigma.robinson_schensted()
\end{sagesilent}
```

Soit la permutation $\sigma = \text{sage}\{\text{sigma}\}$.
L'algorithme de Robinson-Schensted-Knuth produit
les tableaux:

```
\[\text{sage}\{P\} \quad \text{sage}\{Q\]\]
```

L^AT_EX

Cela a été remplacé par :

Soit la permutation $\sigma = [7, 3, 1, 5, 2, 6, 8, 4]$.
L'algorithme de Robinson-Schensted-Knuth produit les tableaux :

1	2	4	8
3	5	6	
7			

1	4	6	7
2	5	8	
3			

L^AT_EX

Cela a été remplacé par :

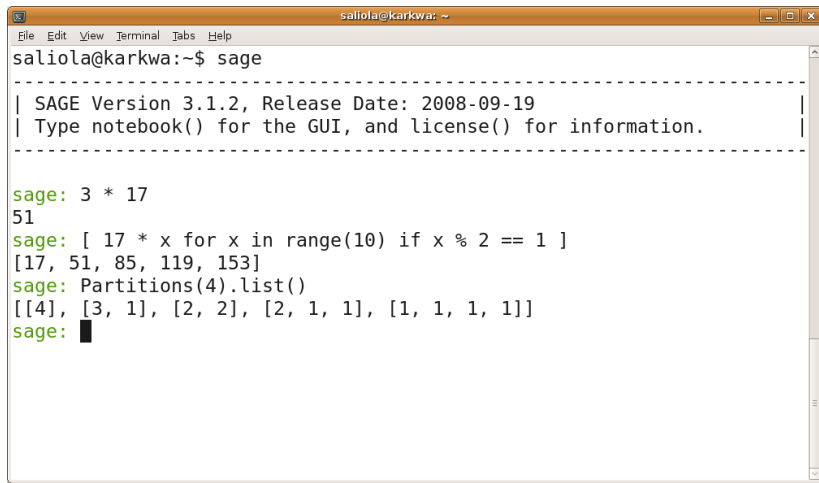
Soit la permutation $\sigma = [7, 3, 1, 5, 2, 6, 8, 4]$.
L'algorithme de Robinson-Schensted-Knuth produit les tableaux :

1	2	4	8
3	5	6	
7			

1	4	6	7
2	5	8	
3			

Ceci est rendu possible par le paquetage *sagetex* écrit par Dan Drake. Bien sûr, il est inclu dans Sage.

La ligne de commande



```
saliola@karkwa:~$ sage
-----
| SAGE Version 3.1.2, Release Date: 2008-09-19                |
| Type notebook() for the GUI, and license() for information.  |
-----

sage: 3 * 17
51
sage: [ 17 * x for x in range(10) if x % 2 == 1 ]
[17, 51, 85, 119, 153]
sage: Partitions(4).list()
[[4], [3, 1], [2, 2], [2, 1, 1], [1, 1, 1, 1]]
sage: █
```

L'interface Notebook (navigateur web)

The screenshot displays the Sage Notebook web interface in a browser window. The address bar shows `localhost:8000/home/admin/3/`. The page header includes the Sage logo, version 4.5.3, and navigation links: [admin](#), [Toggle](#), [Home](#), [Published](#), [Log](#), [Settings](#), [Help](#), [Report a Problem](#), and [Sign out](#).

The main content area is titled "The Sage Notebook" and shows the last edit time: "last edited on November 27, 2010 01:03 PM by admin". Below this is a toolbar with buttons: [File...](#), [Action](#), [Data...](#), [sage](#), [Typeset](#), [Print](#), [Worksheet](#), [Edit](#), [Text](#), [Undo](#), [Share](#), and [Publish](#). There are also buttons for [Save](#), [Save & quit](#), and [Discard & quit](#).

The code editor contains the following Sage code:

```
plot(sin(x^2)+cos(x), -pi, pi, hue=0.8, thickness=4).show(figsize=[8,2])
```

Below the code editor is a plot of the function $y = \sin(x^2) + \cos(x)$ over the interval $[-\pi, \pi]$. The plot is a thick magenta line on a coordinate system with x-axis from -3 to 3 and y-axis from -1.5 to 1.5.

On the left side of the interface, there is an "evaluate" button and a text input field.

A modal window titled "plot" is open, showing examples of plotting the sine function. It contains the following text:

EXAMPLES: We plot the sin function:

```
sage: P = plot(sin, (0,10)); print P
Graphics object consisting of 1 graphics primitive
sage: len(P) # number of graphics primitives
1
sage: len(P[0]) # how many points were computed (random)
225
sage: P # render
```

Below this, another example is shown:

```
sage: P = plot(sin, (0,10), plot_points=10); print P
Graphics object consisting of 1 graphics primitive
sage: len(P[0]) # random output
32
sage: P # render
```

At the bottom of the modal window, there is a note: "We plot with `randomize=False`, which makes the initial sample points evenly spaced (hence always the same). Adaptive plotting might insert other points, however, unless

Démo