

Paradoxe de Condorcet et fusion classements

Fédération québécoise d'ultimate

URAM ①
22 octobre 2014
S. Gibeau

Motivation Plusieurs équipes participent à plusieurs tournois.
Chaque tournoi produit un classement d'équipes.
Fusionner les classements pour en produire un unique.

Multienssemble On associe à chaque équipe le multienssemble de ses pos. finales.

ex: P'tis Miners $\mapsto (1, 6, 3, 2)$

Legends $\mapsto (5, 4, 4, 9)$

Turbo Fluo $\mapsto (3, 1, 1, 4) \rightarrow (3, 1, 4)$

Question: On cherche une relation d'ordre sur $\mathbb{N} \cup \mathbb{N}^2 \cup \mathbb{N}^3 \cup \mathbb{N}^4 \cup \mathbb{N}^5 \cup \dots$

• réflexive : $x \leq x \quad \forall x \in U$

• transitive : $x \leq y$ et $y \leq z \Rightarrow x \leq z$

• antisymétrique : $x \leq y$ et $y \leq x \Rightarrow x = y$

total : $x \leq y$ ou $y \leq x$

EX Est-ce que $(3, 5, 7) \geq (2, 6, 9)$?

EX Ordre lexicographique

Paradoxe de Condorcet

1743 - 1794
math, philosophe
scientifique de la
politique

• Trois propositions A, B, C.

• Votants doivent les classer en ordre de préférence.

• Il est possible qu'une majorité préfère A à B

qu'une autre préfère B à C
et " " " " " " C à A.

Théorème d'impossibilité d'Arrow Il est impossible de fusionner des classements tout en satisfaisant 3 critères "d'équité":

Kenneth Arrow (1921 -)

Social Choices and Individual Values, 1951

Prix Nobel Économie, 1972

(Unanimité)

• Si tout les votants préfèrent X à Y, alors le groupe aussi.
(stable par sous-ensembles)

• Le classement relatif de deux options ne doit pas dépendre du classement des autres options.

• (Non dictature) ~~Doit considérer il n'existe aucun votant~~
On ne peut choisir le classement d'un votant sans indépendamment des autres.

Quelques critères à nous pour un ordre \leq sur \mathbb{N}^d .

Soient $u, v \in \mathbb{N}^d$.

① Si u est une permutation de v , alors $u \leq v$ et $v \leq u$.

ex: $(3, 5, 7) = (5, 7, 3)$

② Si $I = u \cap v \neq \emptyset$, alors $u \leq v \Leftrightarrow u \setminus I \leq v \setminus I$

ex $(\$, \$, 7) \geq (\$, 4, \$)$ car $7 \geq 4$

③ Si $u, v \in \mathbb{N}^2$, alors $u \leq v$ est l'ordre habituel \leq sur les entiers

ex $(7,) \leq (15,)$

④ Si le pire résultat de u est meilleur que le meilleur résultat de v , alors $u \leq v$.

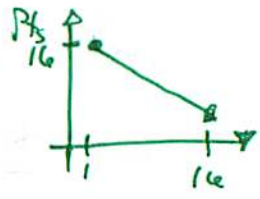
ex $(1, 3, 7) \leq (14, 18, 32)$

⑤ Si $d=2$ et que $\sum u = \sum v$ et que $\min(u) \leq \min(v)$, alors $u \leq v$.

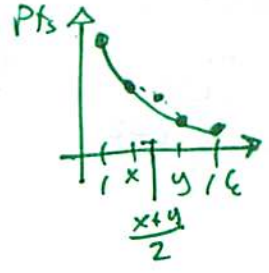
ex $(1, 3) \leq (2, 2)$

Système par points cumulés

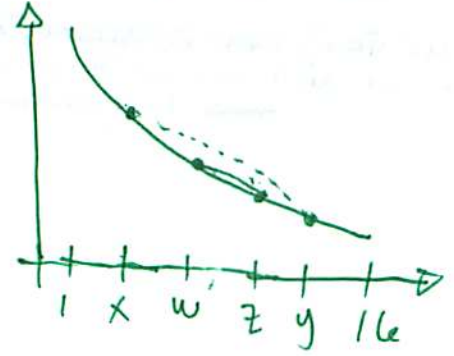
• Une échelle linéaire décroissante satisfait ① à ④, mais ne satisfait pas ⑤



• Une échelle (pent?) satisfait ① à ⑤ :



En général,
 $x+y=w+z$
 $(x, y) \leq (w, z)$



EX. Formule 1 dans le temps de Jacques Villeneuve

(3)

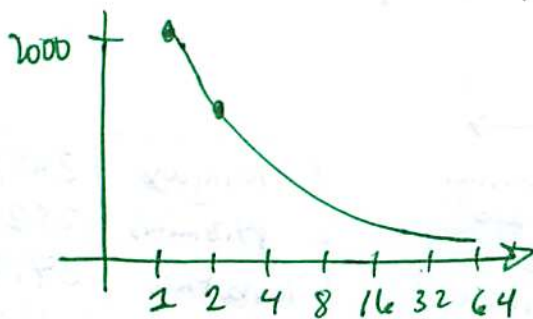
	1	2	3	4	5	6
1	10	6	4	3	2	1

(1,3) mieux que (2,2)

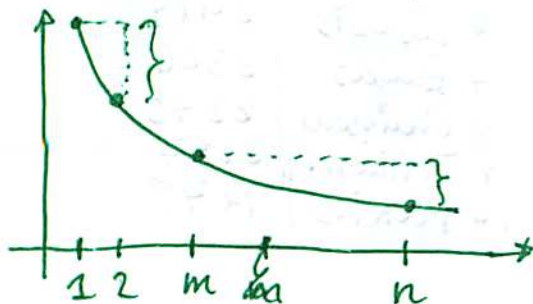
EX ATP World Tour (tennis)

	W	F	SF	QF	R16	R32	R64	R128	Q
Grand Chelem	2000	1200	720	360	180	90	45	10	25

(W, SF) mieux que (F, F)



(1, n) vs (2, m) ?



Si n et m sont très grands on veut que $(1, n)$ mieux que $(2, m)$.
Mais, possiblement, on veut que $(2, 3)$ mieux que $(1, 5)$.

Critère 6

$$u \leq v \iff \sum \log(u_i) \leq \sum \log(v_i)$$

ex $(2, 8) = (4, 4)$ car $1+3 = 2+2$

$(1, 64) = (2, 32)$ car $1+6 = 2+5$

Formule

M = nb pts à l'équipe gagnante (1600)

N = nb d'équipes (4)

p = position finale d'une équipe

$$f(p) = c \cdot \log\left(\frac{N}{p}\right) + 1$$

$$f(p) = (M-1)(1 - \log_N p) + 1$$

$$f(p=1) = M$$

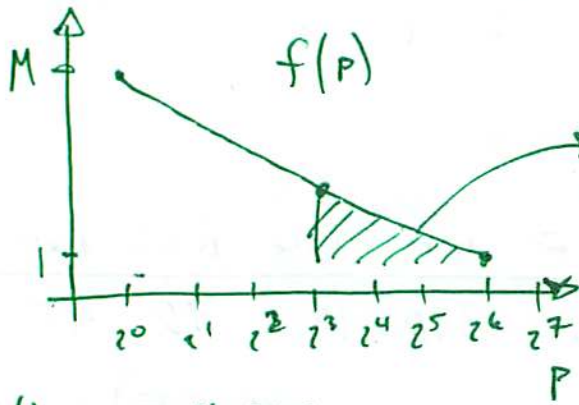
$$f(p=N) = 1$$

Lemmas

~~Si~~ Si $x+y = w+z$, alors

$$f(b^x) + f(b^y) = f(b^w) + f(b^z)$$

(4)



autre option
une sous la courbe

$$F(p) = \int_p^N \log\left(\frac{N}{x}\right) dx$$

Système 2011-2012

1	1000
2	938
3	884
4	835
5	791
6	750
7	711
8	675
9	641
10	609

→
Somme
des
3
meilleurs
résultats
+ 50pts
esprit
sportif

1	Ninjax	2988
2	Ptitminis	2822
3	TurboFluo	2712
4	Legends	2461
5	Padawan	2438
6	Les Outs	2417
7	Bengers	2306
8	Chainsaw	2275
9	Trillium	2157
10	Peekies	1978

Résultats aux tournois Bye Bye (Trois-Rivières), Movember (Montréal), Coup de Foudre (Sherbrooke) et Mars Attaque (Québec) de la saison 2011-2012 du circuit québécois d'ultimate 4 contre 4 (CQU4). Selon votre logique classez les 10 meilleures équipes de la saison dans la dernière colonne.

	Bye Bye	Movember	Coup de Foudre	Mars Attaque	Classement
1	P'tits Ménéés	Ninjax	Turbo Fluo	Ninjax	
2	Trillium Carnage	Padawan	Ninjax	P'tits Ménéés	
3	Turbo Fluo	Bergers	P'tits Ménéés	Chainsaw	
4	Les Outs	Legends	Legends	Turbo Fluo	
5	Legends	Les Outs	Rookies	Les Outs	
6	Padawan	P'tits Ménéés	Chainsaw	Padawan	
7	Bergers	Commando	Padawan	Bergers	
8	Sugar Mammies	Sugar Mammies	Mess around	Caribou	
9	Chainsaw	Trillium Carnage	Bergers	Legends	
10	International	Mess around	Sugar Mammies	Rookies	
11	KGB	Rookies	Caribou	Trillium Carnage	
12	Rejected	Caribou	Dynamite	KGB	
13	Rookies	Chainsaw	Captain Morgan	Sugar Mammies	
14	Caribou	KGB	Commando	Mess around	
15	Mess around	International	Tux	International	
16	Captain Morgan	Sweet Dreams	Wasabi	Commando	

Résultats aux tournois Bye Bye (Trois-Rivières), Movember (Montréal), Coup de Foudre (Sherbrooke) et Mars Attaque (Québec) de la saison 2011-2012 du circuit québécois d'ultimate 4 contre 4 (CQU4). Selon votre logique classez les 10 meilleures équipes de la saison dans la dernière colonne.

	Bye Bye	Movember	Coup de Foudre	Mars Attaque	Classement
1	P'tits Ménéés	Ninjax	Turbo Fluo	Ninjax	
2	Trillium Carnage	Padawan	Ninjax	P'tits Ménéés	
3	Turbo Fluo	Bergers	P'tits Ménéés	Chainsaw	
4	Les Outs	Legends	Legends	Turbo Fluo	
5	Legends	Les Outs	Rookies	Les Outs	
6	Padawan	P'tits Ménéés	Chainsaw	Padawan	
7	Bergers	Commando	Padawan	Bergers	
8	Sugar Mammies	Sugar Mammies	Mess around	Caribou	
9	Chainsaw	Trillium Carnage	Bergers	Legends	
10	International	Mess around	Sugar Mammies	Rookies	
11	KGB	Rookies	Caribou	Trillium Carnage	
12	Rejected	Caribou	Dynamite	KGB	
13	Rookies	Chainsaw	Captain Morgan	Sugar Mammies	
14	Caribou	KGB	Commando	Mess around	
15	Mess around	International	Tux	International	
16	Captain Morgan	Sweet Dreams	Wasabi	Commando	